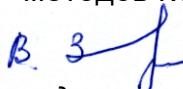


МИНОБРНАУКИ РОССИИ  
ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ  
ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ  
**«ВОРОНЕЖСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»**  
(ФГБОУ ВО ВГУ)

УТВЕРЖДАЮ  
Заведующий кафедрой  
алгебры и математических  
методов гидродинамики  
  
(Звягин В.Г.)  
подпись, расшифровка подписи  
17.04.2024 г.

**РАБОЧАЯ ПРОГРАММА УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ**  
Б1.О.02.01 Алгебра

**1. Шифр и наименование специальности:**

10.05.04 Информационно-аналитические системы безопасности

**2. Профиль специализации:** Информационная безопасность финансовых и экономических структур; Автоматизация информационно-аналитической деятельности

**3. Квалификация выпускника:** Специалист по защите информации

**4. Форма обучения:** очная

**5. Кафедра, отвечающая за реализацию дисциплины:** кафедра алгебры и математических методов гидродинамики

**6. Составители программы:** доцент, д.ф.-м.н., Звягин Андрей Викторович

**7. Рекомендована:** НМС математического факультета, протокол №0500-03 от 28.03.2024 г

**8. Учебный год:** 2024-2025

**Семестр(ы):** 1, 2

**9. Цели и задачи учебной дисциплины:** Целью курса является формирование у обучающихся знаний об основных свойствах алгебраических структур и об основных понятиях компьютерной и линейной алгебры.

Задачи курса:

- освоения теоретических вопросов, связанных с основными понятиями абстрактной алгебры: группа, кольцо, поле, многочлены и др.;
- изучить и научиться применять основные алгоритмы символьных преобразований.

**10. Место учебной дисциплины в структуре ООП:** Блок 1, Обязательная часть Входными данными является курс школьной программы.

### **11. Компетенции обучающегося, формируемые в результате освоения дисциплины:**

Код	Название компетенции	Код(ы)	Индикатор(ы)	Планируемые результаты обучения
ОПК-3	Способен на основании совокупности существующих математических методов разрабатывать, обосновывать и реализовывать процедуры решения задач профессиональной деятельности	ОПК-3.1	Использует математические методы алгебры при решении задач профессиональной деятельности	Знать: основные алгебраические методы решения задач профессиональной деятельности Уметь: использовать математические методы алгебры для решения задач профессиональной области Владеть: навыками использования математических методов алгебры для решения задач профессиональной деятельности

**12. Объем дисциплины в зачетных единицах/часах в соответствии с учебным планом — 7/252.**

**Форма промежуточной аттестации:** 1 семестр - зачёт, 2 семестр - экзамен

### **13. Виды учебной работы**

Вид учебной работы	Трудоемкость		
	Всего	По семестрам	
		1	2
Аудиторные занятия	152	68	84
в том числе:			
лекции	68	34	34
практические	84	34	50
лабораторные	-	-	-
Самостоятельная работа	64	40	24
Контроль:	36		36
Итого:	252	108	144

### **13.1. Содержание разделов дисциплины**

п/п	Наименование раздела дисциплины	Содержание раздела дисциплины	Реализация раздела дисциплины с помощью

			онлайн-курса, ЭУМК *
<b>1. Лекции</b>			
1	Системы линейных уравнений (метод Гаусса)	Системы линейных уравнений и матрицы. Ступенчатые системы линейных уравнений. Эквивалентные системы линейных уравнений. Метод Гаусса решения систем линейных уравнений.	<a href="https://edu.vsu.ru/course/view.php?id=27719">https://edu.vsu.ru/course/view.php?id=27719</a>
2	Перестановки и подстановки	Перестановки. Четность перестановки. Транспозиции перестановки. Переход от одной перестановки к другой при помощи транспозиций. Изменение четности перестановки при транспозиции. Подстановки. Четность подстановки.  Число четных подстановок.	
3	Определители	Определители матриц 2-го и 3-го порядка. Правило Крамера. Определители матриц n-го порядка. Свойства определителей. Свойства определителей, связанные с линейной комбинацией строк и транспонированием. Миноры k-го порядка. Теорема Лапласа. Разложение определителя по строке. Методы вычисления определителей. Правило Крамера решения систем n уравнений с n неизвестными.  Другие подходы к построению теории определителей	
4	Пространство $R^n$	Координатное векторное пространство $R^n$ . Линейная зависимость системы векторов. Базис и ранг системы векторов. Эквивалентные системы векторов.  Подпространство. Базис подпространства.	
5	Ранг матрицы	Ранг матрицы. Метод окаймляющих миноров. Нахождение ранга матрицы и базиса системы векторов при помощи элементарных преобразований. Дополнение линейно независимых систем векторов до базиса.	
6	Системы линейных уравнений (ранг матрицы)	Критерии совместности системы линейных уравнений в терминах ранга матриц. Обобщение правила Крамера на системы m линейных уравнений с n неизвестными.  Структура множества решений однородной и неоднородной систем линейных уравнений. Фундаментальная система решений.	
7	Действия с матрицами. Обратная матрица.	Действия с матрицами. Определитель произведения матриц. Матричные уравнения. Обратная матрица. Свойства обратной матрицы. Нахождение обратной матрицы методом элементарных преобразований. Правило Крамера. Разложение матриц. Ранг суммы и произведение матриц.	
8	Группы и гомоморфизмы	Алгебраические структуры. Виды алгебраических структур. Группы. Разрешимость уравнений в полугруппе.  Изоморфизмы и гомоморфизмы алгебраических структур. Свойства гомоморфизмов. Подгруппы. Конструирование подгрупп. Описание всех подгрупп группы Z. Циклическая группа. Разложение группы по подгруппе. Теорема	

		Лагранжа. Факторгруппа. Теорема Кели.	
9	Кольца	Кольцо. Типы колец. Подкольцо. Гомоморфизмы колец. Характеристика поля.	
10	Комплексные числа	Тригонометрическая форма комплексного числа. Умножение, деление, возвведение в степень и извлечение корня комплексных чисел в тригонометрической форме. Группа корней из единицы.	
11	Многочлены от одной переменной	<p>Кольцо многочленов от одной переменной. Функциональный и алгебраический подходы к понятию многочлена. Корни многочлена. Связь корней многочлена с делителями первой степени. Число корней многочлена над областью целостности. Совпадение подходов к понятию многочлена над бесконечной областью целостности. Кратность корня многочлена. Разложение на множители над областью целостности. Разложение многочлена по степеням двучлена. Производная многочлена. Понижение кратности корня при дифференцировании. Формула Тейлора. Многочлены над алгебраически замкнутыми полями. Основная теорема алгебры. Формулы Виета. Многочлены над полем действительных чисел. Рациональные корни многочлена с рациональными коэффициентами. Границы корней многочлена. Нахождение коней многочленов (формула Кардано, теорема Абеля и Галуа). Теоремы о числе действительных корней многочлена с действительными коэффициентами. Деление многочлена на многочлен с остатком, наибольший общий делитель многочленов.</p> <p>Алгоритм Евклида. Взаимно простые многочлены. Разложение многочлена на неприводимые над полем множители.</p>	
12	Многочлены от нескольких переменных	Кольцо многочленов от нескольких переменных. Симметрические многочлены. Основная теорема теории симметрических многочленов.	
13	Векторные пространства	Векторные пространства. Линейная зависимость систем векторов. Базис и размерность линейного пространства. Координаты вектора в заданном базисе. Изоморфизм векторных пространств. Изоморфность конечномерных пространств одинаковой размерности. Матрица перехода от одного базиса к другому. Преобразование координат векторов при изменении базиса. Подпространство векторного пространства. Линейная оболочка и ранг системы векторов. Пересечение и сумма подпространств, прямая сумма подпространств.	
14	Линейные отображения	Линейные отображения векторных пространств. Матрица линейного отображения. Изменение матрицы линейного отображения при переходе к другим базисам. Действия с линейными отображениями. Пространство линейных отображений. Ядро и образ линейного отображения, их размерности. Линейные операторы. Обратный оператор, условие существования обратного оператора. Собственные векторы и собственные значения.	

		Характеристический многочлен. Теорема Гамильтона-Кэли. Инвариантные подпространства. Критерий диагонализируемости матрицы линейного оператора.	
15	Жорданова форма оператора	Жорданова клетка. Жорданова матрица. Корневые подпространства. Разложение пространства в прямую сумму циклических корневых подпространств. Теорема о жордановой нормальной форме матрицы линейного оператора в комплексном и вещественном пространстве. Единственность жордановой нормальной формы.	
16	Билинейные и квадратичные формы	Билинейные формы. Матрица билинейной формы. Симметрические и кососимметрические билинейные формы. Квадратичные формы. Методы Лагранжа и Якоби приведения квадратичной формы к каноническому виду. Закон инерции. Положительно определенные формы. Критерий Сильвестра. Приведение пары квадратичных форм к каноническому виду. Билинейные и квадратичные формы на комплексном пространстве.	
17	Евклидовы и унитарные пространства	Евклидовы и унитарные векторные пространства. Длина вектора, угол между векторами. Неравенство Коши-Буняковского. Ортонормированные базисы. Процесс ортогонализации Грама-Шмидта. Определитель Грама. Ортогональное дополнение. Проекция вектора на подпространство. Изоморфизм евклидовых и унитарных пространств. Линейные функционалы. Сопряженное пространство. Сопряженный базис. Линейный оператор, сопряженный к данному. Симметрические и эрмитовы линейные операторы, их спектр. Существование собственного ортонормированного базиса. Ортогональные и унитарные линейные операторы, канонический базис для них. Разложение невырожденного линейного оператора в произведение положительного и изометрического оператора. Приведение квадратичной (эрмитовой) формы к главным осям.	
18	Аффинные пространства и аффинные отображения	Аффинные и аффинные евклидовы пространства. Системы координат. Плоскости в аффинном пространстве, способы их задания. Расстояние между точками евклидова пространства. Расстояние от точки до плоскости. Объем в евклидовом пространстве. Объем параллелепипеда и определитель Грама. Аффинные отображения, их запись в координатах. Разложение аффинного преобразования в произведение сдвига и преобразования, оставляющего на месте точку. Геометрический смысл определителя аффинного преобразования. Движения евклидова пространства. Классификация движений. Квадрики (гиперповерхности второго порядка) в аффинном пространстве. Классификация квадрик в аффинной и евклидовой геометриях. Невырожденные центральные квадрики. Канонические и цилиндрические квадрики. Асимптотические направления. Геометрические свойства главных осей эллипсоида.	
<b>2. Практические занятия</b>			
1	Системы линейных	Системы линейных уравнений и матрицы. Ступенчатые	<a href="https://edu.vsu">https://edu.vsu</a>

	уравнений (метод Гаусса)	системы линейных уравнений. Эквивалентные системы линейных уравнений. Метод Гаусса решения систем линейных уравнений.	.ru/course/view.php?id=6278
2	Перестановки и подстановки	Перестановки. Четность перестановки. Транспозиции перестановки. Переход от одной перестановки к другой при помощи транспозиций. Изменение четности перестановки при транспозиции. Подстановки. Четность подстановки. Число четных подстановок.	
3	Определители	Определители матриц 2-го и 3-го порядка. Правило Крамера. Определители матриц n-го порядка. Свойства определителей. Свойства определителей, связанные с линейной комбинацией строк и транспонированием. Миноры k-го порядка. Теорема Лапласа. Разложение определителя по строке. Методы вычисления определителей. Правило Крамера решения систем n уравнений с n неизвестными. Другие подходы к построению теории определителей	
4	Пространство $R^n$	Координатное векторное пространство $R^n$ . Линейная зависимость системы векторов. Базис и ранг системы векторов. Эквивалентные системы векторов.  Подпространство. Базис подпространства.	
5	Ранг матрицы	Ранг матрицы. Метод окаймляющих миноров. Нахождение ранга матрицы и базиса системы векторов при помощи элементарных преобразований. Дополнение линейно независимых систем векторов до базиса.	
6	Системы линейных уравнений (ранг матрицы)	Критерии совместности системы линейных уравнений в терминах ранга матриц. Обобщение правила Крамера на системы m линейных уравнений с n неизвестными.  Структура множества решений однородной и неоднородной систем линейных уравнений. Фундаментальная система решений.	
7	Действия с матрицами. Обратная матрица.	Действия с матрицами. Определитель произведения матриц. Матричные уравнения. Обратная матрица. Свойства обратной матрицы. Нахождение обратной матрицы методом элементарных преобразований. Правило Крамера. Разложение матриц. Ранг суммы и произведение матриц.	
8	Группы и гомоморфизмы	Алгебраические структуры. Виды алгебраических структур. Группы. Разрешимость уравнений в полугруппе.  Изоморфизмы и гомоморфизмы алгебраических структур. Свойства гомоморфизмов. Подгруппы. Конструирование подгрупп. Описание всех подгрупп группы Z. Циклическая группа. Разложение группы по подгруппе. Теорема Лагранжа. Факторгруппа. Теорема Кели.	
9	Кольца	Кольцо. Типы колец. Подкольцо. Гомоморфизмы колец. Характеристика поля.	
10	Комплексные числа	Тригонометрическая форма комплексного числа. Умножение, деление, возведение в степень и извлечение корня комплексных чисел в тригонометрической форме.	

		Группа корней из единицы.	
11	Многочлены от одной переменной	<p>Кольцо многочленов от одной переменной.</p> <p>Функциональный и алгебраический подходы к понятию многочлена. Корни многочлена. Связь корней многочлена с делителями первой степени. Число корней многочлена над областью целостности. Совпадение подходов к понятию многочлена над бесконечной областью целостности. Кратность корня многочлена. Разложение многочлена по степеням двучлена <math>x - c</math>. Производная многочлена. Понижение кратности корня при дифференцировании. Формула Тейлора. Многочлены над алгебраически замкнутыми полями. Основная теорема алгебры. Формулы Виета. Многочлены над полем действительных чисел. Рациональные корни многочлена с рациональными коэффициентами. Границы корней многочлена. Нахождение корней многочленов (формула Кардано, теорема Абеля и Галуа). Теоремы о числе действительных корней многочлена с действительными коэффициентами. Деление многочлена на многочлен с остатком, наибольший общий делитель многочленов. Алгоритм Евклида. Взаимно простые многочлены. Разложение многочлена на неприводимые над полем множители.</p>	
12	Многочлены от нескольких переменных	<p>Кольцо многочленов от нескольких переменных.</p> <p>Симметрические многочлены. Основная теорема теории симметрических многочленов.</p>	
13	Векторные пространства	<p>Векторные пространства. Линейная зависимость систем векторов. Базис и размерность линейного пространства. Координаты вектора в заданном базисе. Изоморфизм векторных пространств. Изоморфность конечномерных пространств одинаковой размерности. Матрица перехода от одного базиса к другому. Преобразование координат векторов при изменении базиса. Подпространство векторного пространства. Линейная оболочка и ранг системы векторов. Пересечение и сумма подпространств, прямая сумма подпространств.</p>	
14	Линейные отображения	<p>Линейные отображения векторных пространств. Матрица линейного отображения. Изменение матрицы линейного отображения при переходе к другим базисам. Действия с линейными отображениями. Пространство линейных отображений. Ядро и образ линейного отображения, их размерности. Линейные операторы. Обратный оператор, условие существования обратного оператора. Собственные векторы и собственные значения. Характеристический многочлен. Теорема Гамильтона-Кэли. Инвариантные подпространства. Критерий диагонализируемости матрицы линейного оператора.</p>	
15	Жорданова форма оператора	<p>Жорданова клетка. Жорданова матрица. Корневые подпространства. Разложение пространства в прямую сумму циклических корневых подпространств. Теорема о жордановой нормальной форме матрицы линейного оператора в комплексном и вещественном пространстве. Единственность жордановой нормальной формы.</p>	

16	Билинейные и квадратичные формы	Билинейные формы. Матрица билинейной формы. Симметрические и кососимметрические билинейные формы. Квадратичные формы. Методы Лагранжа и Якоби приведения квадратичной формы к каноническому виду. Закон инерции. Положительно определенные формы.  Критерий Сильвестра. Приведение пары квадратичных форм к каноническому виду. Билинейные и квадратичные формы на комплексном пространстве.	
17	Евклидовы и унитарные пространства	Евклидовы и унитарные векторные пространства. Длина вектора, угол между векторами. Неравенство Коши-Буняковского. Ортонормированные базисы. Процесс ортогонализации Грама-Шмидта. Определитель Грама. Ортогональное дополнение. Проекция вектора на подпространство. Изоморфизм евклидовых и унитарных пространств. Линейные функционалы. Сопряженное пространство. Сопряженный базис. Линейный оператор, сопряженный к данному. Симметрические и эрмитовы линейные операторы, их спектр. Существование собственного ортонормированного базиса. Ортогональные и унитарные линейные операторы, канонический базис для них. Разложение невырожденного линейного оператора в произведение положительного и изометрического оператора. Приведение квадратичной (эрмитовой) формы к главным осям.	
18	Аффинные пространства и аффинные отображения	Аффинные и аффинные евклидовы пространства. Системы координат. Плоскости в аффинном пространстве, способы их задания. Расстояние между точками евклидова пространства. Расстояние от точки до плоскости. Объем в евклидовом пространстве. Объем параллелепипеда и определитель Грама. Аффинные отображения, их запись в координатах. Разложение аффинного преобразования в произведение сдвига и преобразования, оставляющего на месте точку. Геометрический смысл определителя аффинного преобразования. Движения евклидова пространства. Классификация движений. Квадрики (гиперповерхности второго порядка) в аффинном пространстве. Классификация квадрик в аффинной и евклидовой геометриях. Невырожденные центральные квадрики. Канонические и цилиндрические квадрики.  Асимптотические направления. Геометрические свойства главных осей эллипсоида.	

### 13.2. Разделы дисциплины и виды занятий

№ п/п	Наименование раздела дисциплины	Виды занятий (часов)				
		Лекции	Практические	Лабораторные	Самостоятельная работа	Всего
1	Системы линейных уравнений (метод Гаусса)	2	4		6	12
2	Перестановки и подстановки	2	2		2	8
3	Определители	4	6		6	16
4	Пространство $R^n$	2	2		2	8
5	Ранг матрицы	3	4		3	10

6	Системы линейных уравнений (ранг матрицы)	3	4		4	11
7	Действия с матрицами. Обратная матрица.	2	6		7	15
8	Группы и гомоморфизмы.	6	4		2	12
9	Кольца.	4	4		2	10
10	Комплексные числа	2	4		2	8
11	Многочлены от одной переменной	4	6		3	13
12	Многочлены от нескольких переменных.	2	4		3	9
13	Векторные пространства.	4	4		2	10
14	Линейные отображения.	4	6		4	14
15	Жорданова форма оператора.	4	4		4	12
16	Билинейные и квадратичные формы.	2	4		4	10
17	Евклидовы и унитарные пространства.	4	4		2	10
18	Аффинные пространства и аффинные отображения.	4	4		2	10
19	Проективные пространства	2	4		2	8
20	Тензоры	4	4		2	10
	Контроль					36
	Итого:	68	84		64	252

#### **14. Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины**

В процессе преподавания дисциплины используются такие виды учебной работы, как лекции, практические занятия, а также различные виды самостоятельной работы обучающихся, на которую отводится 64 часа. На лекциях рассказывается теоретический материал, на практических занятиях решаются примеры по теоретическому материалу, прочитанному на лекциях. Самостоятельная работа обучающихся направлена на самостоятельное освоение всех тем и вопросов учебной дисциплины, предусмотренных программой. Самостоятельная работа является обязательным видом деятельности для каждого обучающегося, ее объем по учебному курсу определяется учебным планом. При самостоятельной работе обучающийся взаимодействует с рекомендованными материалами при минимальном участии преподавателя.

Самостоятельная работа с учебниками, учебными пособиями, научной, справочной и популярной литературой, материалами периодических изданий и ресурсами сети Internet, статистическими данными является наиболее эффективным методом получения знаний, позволяет значительно активизировать процесс овладения информацией, способствует более глубокому усвоению изучаемого материала, формирует у обучающихся заинтересованное отношение к конкретной проблеме. Вопросы, которые вызывают у обучающихся затруднения при подготовке, должны быть заранее сформулированы и озвучены во время занятий в аудитории для дополнительного разъяснения преподавателем.

Для успешного и плодотворного обеспечения итогов самостоятельной работы разработаны учебно-методические указания к самостоятельной работе студентов над различными разделами дисциплины.

Все задания, выполняемые студентами самостоятельно, подлежат последующей проверке преподавателем.

При изучении курса «Алгебра» обучающимся следует внимательно слушать и конспектировать материал, излагаемый на аудиторных занятиях. Для его понимания и качественного усвоения рекомендуется следующая последовательность действий.

1. После каждой лекции студентам рекомендуется подробно разобрать прочитанный теоретический материал, выучить все определения и формулировки теорем, разобрать примеры, решенные на лекции. Перед следующей лекцией обязательно повторить материал предыдущей лекции.

2. Перед практическим занятием обязательно повторить лекционный материал. После практического занятия еще раз разобрать решенные на этом занятии примеры, после чего приступить к выполнению домашнего задания. Если при решении примеров, заданных на дом, возникнут вопросы, обязательно задать на следующем практическом занятии или в присутственный час преподавателю.
3. При подготовке к практическим занятиям повторить основные понятия по темам, изучить примеры. Решая задачи, предварительно понять, какой теоретический материал нужно использовать. Наметить план решения, попробовать на его основе решить практические задачи.

## **15. Перечень основной и дополнительной литературы, ресурсов интернет, необходимых для освоения дисциплины**

а) основная литература:

№ п/п	Источник
1	Костриkin A.I. Введение в алгебру : учеб. для вузов : в 3 ч./ А.И.Кострикин.-М.: Физматлит, 2009.-Ч.1. Основы алгебры. – 271 с.
2	Костриkin A.I. Введение в алгебру : учеб. для вузов : в 3 ч./ А.И.Кострикин.-М.: Физматлит, 2009.-Ч.2. Линейная алгебра. – 367 с.
3	Курош А.Г. Курс высшей алгебры: учеб. для студентов вузов, обуч. по специальностям "Математика", "Прикладная математика"/ А.Г.Курош.-СПб.: Лань, 2007. – 560 с. <a href="https://lanbook.lib.vsu.ru/books/element.php?pl1_id=527">https://lanbook.lib.vsu.ru/books/element.php?pl1_id=527</a>
4	Фаддеев Д.К. Лекции по алгебре: учеб. пособие для вузов/ Д.К.Фаддеев.-СПб.:Лань, 2007.– 416 с. <a href="https://lanbook.lib.vsu.ru/books/element.php?pl1_id=397">https://lanbook.lib.vsu.ru/books/element.php?pl1_id=397</a>

б) дополнительная литература:

№ п/п	Источник
5	Кострикин А.И. Введение в алгебру : учеб. для вузов : в 3 ч./ А.И.Кострикин.-М.: Физматлит, 2000.-Ч.3. Основные структуры алгебры. – 272 с.
6	Боревич З. И. Определители и матрицы : учебное пособие / З.И. Боревич .— Изд. 4-е, стер. — СПб. [и др.] : Лань, 2004 .— 183, [1] с
7	Беклемишева Л.А. Сборник задач по аналитической геометрии и линейной алгебре: учеб. пособие для студентов вузов/ Л.А.Беклемишева, А.Ю.Петровчи, Н.А,Чубаров.-М.: Наука, 1987.- 494 с.
8	Прокуряков И.В. Сборник задач по линейной алгебре: учеб. пособие для студентов физико-мат. специальностей вузов / И.В.Прокуряков.-М.: Лаб. базовых знаний, 2002. – 382 с.
9	Ильин В. А. Линейная алгебра : учебник для студ. физ. специальностей и специальности "Прикладная математика" / В. А. Ильин, Э. Г. Позняк .— Изд. 6-е, стер. — М. : Физматлит, 2004.— 278 с.
10	Федорчук В. В. Курс аналитической геометрии и линейной алгебры : Учебное пособие для студ. мех.-мат. специальностей ун-тов / В. В. Федорчук .— 2-е изд., испр. — М. : Изд-во НЦ ЭНАС, 2001 .— 327, [1] с.
11	Постников М. М. Линейная алгебра и дифференциальная геометрия : Учебное пособие для студ. вузов, обуч.по специальности "Математика" / М.М. Постников .— М. : "Наука" Глав. ред. физ.-мат. лит-ры, 1979 .— 311,[1]с.
12	Постников М. М.Линейная алгебра : Учебное пособие для студ. вузов, обуч.по специальности "Математика" / М.М. Постников .— М. : "Наука" Глав. ред. физ.-мат. лит-ры, 1986 .— 400 с.
13	Шилов Г. Е.Математический анализ : Конечномерные линейные пространства: Учеб. пособие для студ.ун-тов .— М. : Наука: Физматлит, 1969 .— 432 с.
14	Головина Л. И.Линейная алгебра и некоторые ее приложения : учебное пособие для студ. втузов / Л.И. Головина .— М. : Наука, 1985 .— 392 с.
15	Ефимов Н. В.Линейная алгебра и многомерная геометрия / Н. В. Ефимов, Э. Р. Розендорн .— 3-е изд., стер. — М. : Физматлит, 2004 .— 463, [1] с.
16	Халмуш П.. Конечномерные векторные пространства / П. Халмуш ; пер. с англ. Д.Ф. Борисова, Д.А. Райкова .— М. : Физматлит, 1963 .— 262, [1] с.
17	Сборник задач по алгебре / В.А. Артамонов, Ю.А. Бахтурин, Э.Б. Винбер ; под ред. А.И. Кострикина .— 3-е изд., испр. и доп. — М. : Физматлит, 2001 .— 463 с.
18	Икрамов Х. Д. Задачник по линейной алгебре : учебное пособие / Х.Д. Икрамов ; под ред. В.В.

	Воеводина .— Изд. 2-е, испр. — СПб ; М. ; Краснодар : Лань, 2006 .— 319 с.
19	Алгебра и теория чисел: метод. указания для студ. 1 курса мат. фак./ сост. Н.М.Близняков, В.Ф.Субботин.-Воронеж : ВГУ, 1990.-Ч.I.- 22 с.
20	Алгебра и теория чисел: метод. указания для студ. 1 курса мат. фак./ сост. Н.М.Близняков, В.Ф.Субботин.-Воронеж : ВГУ, 1990.-Ч.II.- 22 с.
21	Алгебра и теория чисел: метод. указания для студ. 1 курса мат. фак./ сост. Н.М.Близняков, В.Ф.Субботин.-Воронеж : ВГУ, 1990.-Ч.III.- 15 с.
22	Алгебра и теория чисел: метод. указания для студ. 1 курса мат. фак./ сост. Н.М.Близняков, В.Ф.Субботин.-Воронеж : ВГУ, 1990.-Ч.IV.- 23 с.
23	Алгебра и теория чисел: метод. указания для студ. 1 курса мат. фак./ сост. Н.М.Близняков, В.Ф.Субботин.-Воронеж : ВГУ, 1990.-Ч.V.- 20 с.
24	Алгебра и теория чисел: метод. указания для студ. 1 курса мат. фак./ сост. Н.М.Близняков В.Ф.Субботин.-Воронеж : ВГУ, 1990.-Ч.VI.- 15 с.
25	Комплексные числа: метод. указания для студентов 1 курса мат. фак./ сост. Н.М.Близняков. — Воронеж: ВГУ, 1995.- 20 с.
26	Элементы теории множеств : учебно-методическое пособие для вузов / Воронеж. гос. ун-т; сост. Н.М. Близняков .— Воронеж : ИПЦ ВГУ, 2008 .— 46 с.
27	Проскуряков И.В. Сборник задач по линейной алгебре: учеб. пособие для студентов физико-мат. специальностей вузов / И.В.Проскуряков.-М.: Лаб. базовых знаний, 2002. – 382 с.
28	Фаддеев Д.К. Задачи по высшей алгебре: учеб. пособие для студентов вузов, обуч. по мат. специальностям/ Д.К.Фаддеев, И.С.Соминский.-СПб.: Лань, 2004.-287 с.

в) информационные электронно-образовательные ресурсы:

№ п/п	Ресурсы Интернет
29	<a href="http://www.lib.vsu.ru/?p=4">http://www.lib.vsu.ru/?p=4</a> - Электронный каталог ЗНБ ВГУ
30	<a href="https://lanbook.lib.vsu.ru/">https://lanbook.lib.vsu.ru/</a> - Электронно-библиотечная система издательства «Лань»

## 16. Перечень учебно-методического обеспечения для самостоятельной работы

№ п/п	Источник
1	Курош А.Г. Курс высшей алгебры: учеб. для студентов вузов, обуч. по специальностям “Математика”, “Прикладная математика”/ А.Г.Курош.-СПб.: Лань, 2004. – 431 с.
2	Фаддеев Д.К. Лекции по алгебре: учеб. пособие для вузов/ Д.К.Фаддеев.-СПб.:Лань, 2004.– 415 с.
3	Кострикин А.И. Введение в алгебру : учеб. для вузов : в 3 ч./ А.И.Кострикин.-М.: Физматлит, 2000.-Ч.3. Основные структуры алгебры. – 272 с.
4	Боревич З. И. Определители и матрицы : учебное пособие / З.И. Боревич .— Изд. 4-е, стер. — СПб. [и др.] : Лань, 2004 .— 183, [1] с.
5	Беклемишева Л.А. Сборник задач по аналитической геометрии и линейной алгебре: учеб. пособие для студентов вузов/ Л.А.Беклемишева, А.Ю.Петровчи, Н.А.Чубаров.-М.: Наука, 1987.- 494 с.
6	Проскуряков И.В. Сборник задач по линейной алгебре: учеб. пособие для студентов физико-мат. специальностей вузов / И.В.Проскуряков.-М.: Лаб. базовых знаний, 2002. – 382 с.
7	Положение об организации самостоятельной работы обучающихся в Воронежском государственном университете

## 17. Материально-техническое обеспечение дисциплины:

Дисциплина может реализовываться с применением дистанционных образовательных технологий, например, на платформе «Электронный университет ВГУ» (<https://edu.vsu.ru/course/view.php?id=6278>, <https://edu.vsu.ru/course/view.php?id=27719>).

Перечень необходимого программного обеспечения: операционная система Windows или Linex, Microsoft, Windows Office, LibreOffice 5, Calc, Math, браузер Mozilla Firefox, Opera или Internet.

## 18. Материально-техническое обеспечение дисциплины:

Учебная аудитория со специализированной мебелью для проведения занятий лекционного и семинарского типа, текущего контроля и промежуточной аттестации (394018, г. Воронеж, площадь Университетская, д. 1, пом. I)

## **19. Фонд оценочных средств:**

### **Оценочные средства для проведения текущей и промежуточной аттестаций**

Порядок оценки освоения обучающимися учебного материала определяется содержанием следующих разделов дисциплины:

№ п/п	Наименование раздела дисциплины (модуля)	Компетенция(и)	Индикатор(ы) достижения компетенции	Оценочные средства
1	Системы линейных уравнений (метод Гаусса)	ОПК-3	ОПК-3.1	Домашние задания, контрольная работа № 1
2	Перестановки и подстановки	ОПК-3	ОПК-3.1	Домашние задания, контрольная работа № 1
3	Определители	ОПК-3	ОПК-3.1	Домашние задания, контрольная работа № 1
4	Пространство $R^n$	ОПК-3	ОПК-3.1	Домашние задания, контрольная работа № 1
5	Ранг матрицы	ОПК-3	ОПК-3.1	Домашние задания, контрольная работа № 1
6	Системы линейных уравнений (ранг матрицы)	ОПК-3	ОПК-3.1	Домашние задания, контрольная работа № 1
7	Действия с матрицами. Обратная матрица.	ОПК-3	ОПК-3.1	Домашние задания, контрольная работа № 1
8	Группы и гомоморфизмы.	ОПК-3	ОПК-3.1	Домашние задания, контрольная работа № 1
9	Кольца.	ОПК-3	ОПК-3.1	Домашние задания, контрольная работа № 1
10	Комплексные числа	ОПК-3	ОПК-3.1	Домашние задания, контрольная работа № 1
11	Многочлены от одной переменной	ОПК-3	ОПК-3.1	Домашние задания, контрольная работа № 1
12	Многочлены от нескольких переменных	ОПК-3	ОПК-3.1	Домашние задания, контрольная работа № 1
13	Векторные пространства	ОПК-3	ОПК-3.1	Домашние задания, контрольная работа № 2
14	Линейные отображения	ОПК-3	ОПК-3.1	Домашние задания, контрольная работа № 2

15	Жорданова форма оператора	ОПК-3	ОПК-3.1	Домашние задания, контрольная работа № 2
16	Билинейные и квадратичные формы	ОПК-3	ОПК-3.1	Домашние задания, контрольная работа № 2
17	Евклидовы и унитарные пространства	ОПК-3	ОПК-3.1	Домашние задания, контрольная работа № 2
18	Аффинные пространства и аффинные отображения	ОПК-3	ОПК-3.1	Домашние задания, контрольная работа № 2
Промежуточная аттестация Форма контроля – зачёт  Промежуточная аттестация Форма контроля - экзамен			Zачет выставляется при успешной сдаче контрольных работ  Перечень вопросов к экзамену	

## 20. Типовые оценочные средства и методические материалы, определяющие процедуры оценивания

### 20.1. Текущий контроль успеваемости

Контроль успеваемости по дисциплине осуществляется с помощью следующих оценочных средств:

#### Домашние задания:

##### По теме 1. Системы линейных уравнений (метод Гаусса)

Проскуряков И.В. Сборник задач по линейной алгебре : учеб. пособие / И.В. Проскуряков; – Санкт-Петербург: Лань, 2010. – 475 с.

Задания №№ 75,85,578,580, 714, 713, 697, 574, 713, 719,720, 727, 729, 726

##### По теме 2. Перестановки и подстановки

Проскуряков И.В. Сборник задач по линейной алгебре : учеб. пособие / И.В. Проскуряков; – Санкт-Петербург: Лань, 2010. – 475 с.

Задания №№ 124, 126, 128, 131, 137, 154, 156, 165, 167

##### По теме 3 Определители

Проскуряков И.В. Сборник задач по линейной алгебре : учеб. пособие / И.В. Проскуряков; – Санкт-Петербург: Лань, 2010. – 475 с.

Задания №№ 190,198, 205, 214, 236, 239, 255, 261, 265, 266, 272, 269, 283, 292, 300 426-430, 432-436, 446, 448, 450.

##### По теме 4. Пространство $R^n$

Проскуряков И.В. Сборник задач по линейной алгебре : учеб. пособие / И.В. Проскуряков; – Санкт-Петербург: Лань, 2010. – 475 с.

Задания №№ 726-732

По теме 5. Ранг матрицы

Проскуряков И.В. Сборник задач по линейной алгебре : учеб. пособие / И.В. Проскуряков;– Санкт-Петербург: Лань, 2010. – 475 с.

Задания №№ 609, 611, 613, 620, 622

По теме 6. Системы линейных уравнений (ранг матрицы)

Проскуряков И.В. Сборник задач по линейной алгебре : учеб. пособие / И.В. Проскуряков;– Санкт-Петербург: Лань, 2010. – 475 с.

Задания №№ 556, 559, 561, 563, 570, 572, 573, 586, 638, 643, 802, 805, 823, 825, 828, 838, 841, 843, 845

По теме 7. Действия с матрицами. Обратная матрица

Проскуряков И.В. Сборник задач по линейной алгебре : учеб. пособие / И.В. Проскуряков;– Санкт-Петербург: Лань, 2010. – 475 с.

Задания №№ 789, 791, 793- 795, 798, 800, 802, 805, 807, 809, 823-825, 828, 829, 837-839, 841-844, 862, 863, 865, 868, 870, 871

По теме 8. Группы и гомоморфизмы

Проскуряков И.В. Сборник задач по линейной алгебре : учеб. пособие / И.В. Проскуряков;– Санкт-Петербург: Лань, 2010. – 475 с.

Задания №№ 1634 (под пунктами 2-4, 6-10, 12-19, 21-25), 1635, 1636, 1640, 1641, 1642.

По теме 9. Кольца

Проскуряков И.В. Сборник задач по линейной алгебре : учеб. пособие / И.В. Проскуряков;– Санкт-Петербург: Лань, 2010. – 475 с.

Задания №№ 1709, 1712, 1716, 1720, 1724, 1726, 1728, 1734, 1746, 1756, 1757

По теме 10 Комплексные числа

Фаддеев Д.К., Соминский И.С. Сборник задач по высшей алгебре. учеб. пособие / Д.К. Фаддеев, И.С. Соминский; - М., 1977. – 288 с.

Задания №№ 102, 104, 105 (b,c), 107 (b,c), 108 (b,c), 109 (b), 112 (b,d,f,h,j), 113 (b,c), 115 (b), 119 (b,c,e,g,i,j), 121, 123, 124, 136 (b,c), 137 (b,d), 143 (b,d,e), 145 (b,c), 146 (b,c).

По теме 11 Многочлены от одной переменной

Фаддеев Д.К., Соминский И.С. Сборник задач по высшей алгебре. учеб. пособие / Д.К. Фаддеев, И.С. Соминский; - М., 1977. – 288 с.

Задания №№ 546 (b), 548, 549 (b,d), 550 (b), 551 (b,d,e), 553 (b), 554 (b), 555 (b), 577 (b,d,f,h,j,k,l), 578 (b,d,e,f), 579 (b,d,e,f), 585 (b,c,d,e).

По теме 12 Многочлены от нескольких переменных

Фаддеев Д.К., Соминский И.С. Сборник задач по высшей алгебре. учеб. пособие / Д.К. Фаддеев, И.С. Соминский; - М., 1977. – 288 с.

Задания №№ 590 (b,c), 593(b,c), 600, 602, 604, 606, 624 (b,d,f,h,j), 625 (b,d,f), 626 (b,c,d).

По теме 13 Векторные пространства

Фаддеев Д.К., Соминский И.С. Сборник задач по высшей алгебре. учеб. пособие / Д.К. Фаддеев, И.С. Соминский; - М., 1977. – 288 с.

Задания №№ 642,643,644,647,649,674,676,680,681, 1279, 1280, 1281, 1284, 1287, 1290-1293, 1297, 1301, 1302, 1310-1313, 1317, 1320-1322, 1324, 1328

По теме 14 Линейные отображения

Фаддеев Д.К., Соминский И.С. Сборник задач по высшей алгебре. учеб. пособие / Д.К. Фаддеев, И.С. Соминский; - М., 1977. – 288 с.

Задания №№ 1434-1446, 1448, 1449, 1450,1452,1453,1454,1457,1458, 1489, 1490, 1465-1474, 1479-1483,1496, 1497,1499

По теме 15 Жорданова форма оператора

Прокуряков И.В. Сборник задач по линейной алгебре : учеб. пособие / И.В. Прокуряков;– Санкт-Петербург: Лань, 2010. – 475 с.

Задания №№ 1530-1535, 1090, 1095, 1098, 1096, 1106, 1107.

По теме 16 Билинейные и квадратичные формы

Прокуряков И.В. Сборник задач по линейной алгебре : учеб. пособие / И.В. Прокуряков;– Санкт-Петербург: Лань, 2010. – 475 с.

Задания №№ 1361-1363,1357-1360,1370-1372,1402,1403

По теме 17 Евклидовы и унитарные пространства

Прокуряков И.В. Сборник задач по линейной алгебре : учеб. пособие / И.В. Прокуряков;– Санкт-Петербург: Лань, 2010. – 475 с.

Задания №№1366, 1367, 1402, 1403

По теме 18 Аффинные пространства и аффинные отображения

Прокуряков И.В. Сборник задач по линейной алгебре : учеб. пособие / И.В. Прокуряков;– Санкт-Петербург: Лань, 2010. – 475 с.

Задания №№ 1175-1189, 1248-1262

**Перечень вопросов к зачету:** оценка знаний при проведении зачета ведется с учетом результата работы в ходе семестра, результатом выполнения контрольных работ.

Примерный перечень задач для контрольной работы №1:

1. Даны две матрицы A и B. Найти: а) AB; б) BA; в)  $A^{-1}$ ; г)  $A A^{-1}$ ; д)  $A^{-1}A$ .

$$\mathbf{A} = \begin{pmatrix} 3 & 5 & -6 \\ 2 & 4 & 3 \\ -3 & 1 & 1 \end{pmatrix}, \quad \mathbf{B} = \begin{pmatrix} 2 & 8 & -5 \\ -3 & -1 & 0 \\ 4 & 5 & -3 \end{pmatrix}$$

2. Проверить совместность системы уравнений и в случае совместности решить её: а) по формулам Крамера, б) матричным способом (с помощью обратной матрицы), в) методом Гаусса.

$$\begin{cases} 2x_1 + x_2 + 3x_3 = 7, \\ 2x_1 + 3x_2 + x_3 = 1, \\ 3x_1 + 2x_2 + x_3 = 6. \end{cases}$$

3. Решить однородную систему уравнений

$$\begin{cases} x + 6y - 5z = 0, \\ 2x + 3y - z = 0, \\ x - 3y + 4z = 0. \end{cases}$$

4. Даны векторы  $\mathbf{a}$ ,  $\mathbf{b}$ ,  $\mathbf{c}$ ,  $\mathbf{d}$  в декартовой системе координат. Показать, что векторы  $\mathbf{a}$ ,  $\mathbf{b}$  и  $\mathbf{c}$  образуют базис. Найти координаты вектора  $\mathbf{d}$  в этом базисе (написать разложение вектора  $\mathbf{d}$  в базисе  $\mathbf{a}$ ,  $\mathbf{b}$ ,  $\mathbf{c}$ )

$$\vec{d} = \{-15, 5, 6\}, \quad \vec{a} = \{0, 5, 1\}, \quad \vec{b} = \{3, 2, -1\}, \quad \vec{c} = \{4, 1, 0\}$$

### Примерный перечень задач для контрольной работы № 2

Пусть  $\Phi(x, y, z) = (2y, x - 2z, x + y - z)$  и  $\Psi(x, y, z) = (2z, x - y, 3y + z)$  есть отображения из  $\mathbb{R}^3$  в  $\mathbb{R}^3$ .

1. Проверить, что отображения являются линейными.
2. Найти их матрицы в каноническом базисе  $\mathbb{R}^3$ .
3. Найти размерности ядра и образа отображения  $\Phi$ .
4. Найти матрицы для  $2\Phi - 3\Psi$ ,  $\Phi \circ \Psi$ .
5. Найти характеристическое уравнение отображения  $\Phi$ . Каковы собственные значения и собственные векторы отображения  $\Phi$ ?

Текущий контроль представляет собой проверку усвоения учебного материала практического характера, регулярно осуществляющуюся на занятиях.

Цель текущего контроля:

Определение уровня сформированности профессиональных компетенций, знаний и навыков деятельности в области знаний, излагаемых в курсе.

Задачи текущего контроля: провести оценивание

1. уровня освоения теоретических и практических понятий, научных основ профессиональной деятельности;
2. степени готовности обучающегося применять теоретические и практические знания и профессионально значимую информацию, сформированности когнитивных умений.
3. приобретенных умений, профессионально значимых для профессиональной деятельности.

Текущий контроль предназначен для проверки хода и качества формирования компетенций, стимулирования учебной работы обучаемых и совершенствования методики освоения новых знаний. Он обеспечивается проведением контрольных работ.

В ходе контрольной работы обучающемуся выдается КИМ с практическим перечнем заданий и предлагается решить данные задания. В ходе выполнения заданий можно пользоваться любой литературой, ограничение по времени 90 минут.

Если текущая аттестация проводится в дистанционном формате, то обучающийся должен иметь компьютер и доступ в систему «Электронный университет». Если у обучающегося отсутствует необходимое оборудование или доступ в систему, то он обязан сообщить преподавателю об этом за 2 рабочих дня. На контрольную работу в дистанционном режиме отводится ограничение по времени 120 минут.

**Критерии оценки компетенций (результатов обучения) при текущей аттестации (контрольной работе):**

– оценка «отлично» выставляется, если не менее чем на четыре пятых всех заданий контрольной работы даны правильные, полные и глубокие ответы, раскрывающие уверенное знание студентом понятий, закономерностей, принципов, фактов, содержащихся в конкретных материалах по теме; высокую сформированность у него аналитико-синтетических операций и их успешное применение при изложении изучаемого материала;

– оценка «хорошо» выставляется, если не менее чем на две трети всех заданий контрольной работы даны правильные, полные и глубокие ответы, раскрывающие достаточное знание студентом понятий, закономерностей, принципов, фактов, содержащихся в конкретных материалах по теме; хорошую сформированность у него аналитико-синтетических операций и в целом их адекватное применение при изложении изучаемого материала;

– оценка «удовлетворительно» выставляется, если правильно выполнено не менее половины всех заданий контрольной работы, при этом допускается недостаточная полнота и глубина ответов, в которых студентом продемонстрирован необходимый минимум знаний понятий, закономерностей, принципов, фактов, содержащихся в конкретных материалах по теме; слабая сформированность у него аналитико-синтетических операций, затруднения в их применении при изложении изучаемого материала;

– оценка «неудовлетворительно» выставляется, если с минимально необходимым уровнем решения выполнено менее половины всех заданий контрольной работы, ответы демонстрируют незнание или поверхностное знание студентов понятий, закономерностей, принципов, фактов, содержащихся в конкретных материалах по теме; несформированность у него аналитико-синтетических операций.

**Количественная шкала оценок:**

– оценка «отлично» выставляется, если безошибочно выполнено не менее 80% заданий контрольной работы, качество решения которых соответствует критерию оценки «отлично»;

– оценка «хорошо» выставляется, если безошибочно выполнено не менее 66% и не более 79% заданий контрольной работы, качество решения которых соответствует критериям оценки «хорошо»;

– оценка «удовлетворительно» выставляется, если безошибочно выполнено не менее 50% и не более 65% заданий контрольной работы, качество решения которых соответствует критериям оценки «удовлетворительно»;

– оценка «неудовлетворительно» выставляется, если безошибочно выполнено менее 50% заданий контрольной работы, качество решения которых соответствует критериям оценки «неудовлетворительно».

## **20.2. Промежуточная аттестация**

Промежуточная аттестация предназначена для определения уровня освоения всего объема учебной дисциплины. Промежуточная аттестация по дисциплине «Алгебра» проводится в форме зачета и экзамена.

Промежуточная аттестация, как правило, осуществляется в конце семестра. Результаты текущей аттестации обучающегося по решению кафедры могут быть учтены при проведении промежуточной аттестации. При несогласии студента, ему дается возможность пройти промежуточную аттестацию (без учета его текущих аттестаций) на общих основаниях.

При проведении зачета учитываются результаты контрольной работы. Для получения оценки «зачтено» на зачете у обучающегося должны иметься или оценки «зачтено» по контрольным работам или студент должен решить соответствующие задачи в ходе проведения зачета. Контрольная работа – по 10 баллов за каждую правильно решенную задачу контрольной работы. При получении не менее половины баллов выставляется оценка «зачтено».

Критерии оценивания компетенций	Шкала оценок
<p>«Зачтено» выставляется студенту, который прочно усвоил предусмотренный программный материал; показал глубокие систематизированные знания, владеет приемами рассуждения и сопоставляет материал из разных источников: теорию связывает с практикой, другими темами данного курса, других изучаемых предметов; без ошибок выполнил практическое задание.</p> <p>Обязательным условием выставленной оценки является правильное решение контрольных работ, систематическая активная работа на лекционных и практических занятиях.</p>	«зачтено»
<p>«Не зачтено» Выставляется студенту, который не справился с заданиями билета, в ответах на другие вопросы допустил существенные ошибки. Не может ответить на дополнительные вопросы, предложенные преподавателем.</p>	«Не зачтено»

При проведении экзамена обучающийся должен ответить на соответствующие вопросы в ходе экзамена.

Примерный перечень вопросов:

### **Семестр 1**

1	Системы линейных уравнений. Метод Гаусса.
2	Постановки и подстановки
3	Матрицы
4	Определители. Правила Крамера. Определитель матрицы n-ого порядка
5	Матрицы k-ого порядка. Теорема Лапласа
6	Правила Крамера
7	Пространство $R^n$ . Ранг матрицы. Правило вычисления ранга матрицы
8	Системы линейных уравнений
9	Структура множества решений системы линейных уравнений

10	Действия с матрицами. Обратная матрица
11	Билинейные формы. Выражение билинейной формы в координатах. Матрица билинейной формы
12	Симметрические и кососимметрические билинейные формы. Квадратичные формы. Приведение квадратичных форм к каноническому виду
13	Закон инерции квадратичных форм. Положительно определенные квадратичные формы. Критерий Сльвестра

## Семестр 2

1	Линейные пространства.
2	Линейная зависимость и независимость векторов
3	Базис, координаты, размерность пространства
4	Изоморфизм линейных пространств
5	Матрица перехода от одного базиса к другому, преобразование координат вектора при изменении базиса
6	Подпространства линейного пространства
7	Сумма и пересечение подпространств
8	Прямая сумма подпространств
9	Линейные операторы
10	Матрица линейного оператора
11	Действия с линейными операторами
12	Аннулирующие многочлены
13	Обратный оператор
14	Линейный оператор, действующий из $\mathbb{R}^n$ в $\mathbb{R}^n$
15	Ядро и образ линейного оператора. Ранг и дефект оператора
16	Собственные векторы и собственные значения линейного оператора
17	Теорема Гамильтона-Кэли
18	Инвариантные подпространства
19	Жорданова Форма матрицы линейного оператора
20	Евклидово и унитарное пространства. Длина вектора, угол между векторами, ортогональность. Неравенство Коши-Буняковского-Шварца
21	Ортонормированный базис. Процесс ортогональности
22	Определитель Грама. Ортогональное дополнение. Проекция вектора на подпространство
23	Изоморфизм евклидовых и унитарных пространств
24	Сопряженное пространство. Сопряженный базис
25	Сопряженный оператор, его свойства
26	Самосопряженный оператор, его структура

27	Изометрический оператор, его структура
28	Структура линейных операторов в евклидовых и унитарных пространствах

Для оценивания результатов обучения на экзамене используются следующие **показатели**:

- 1) знание теоретических основ;
- 2) умение решать задачи
- 3) умения применять знания в профессиональной сфере;
- 4) успешное прохождение текущей аттестации.

Для оценивания результатов экзамена используется **шкала**: «отлично», «хорошо», «удовлетворительно», «неудовлетворительно».

Соотношение показателей, критериев и шкал оценивания результатов обучения показаны в следующей таблице:

Критерии оценивания компетенций	Уровень сформированности компетенций	Шкала оценок
Полное соответствие обучающимся всем перечисленным показателям по каждому из вопросов контрольно-измерительного материала.  Обучающийся в полной мере владеет понятийным аппаратом данной области науки (теоретическими основами дисциплины), способен иллюстрировать ответ примерами, применять теоретические знания для решения практических задач в области курса, студент умеет работать с различными источниками научной информации, грамотно и правильно представляет свои результаты, правильно отвечает на вопросы КИМ	Повышенный уровень	Отлично
Несоответствие ответа обучающегося одному из перечисленных выше показателей (к одному из вопросов контрольно-измерительного материала) и правильный ответ на дополнительный вопрос в пределах программы.  ИЛИ  Несоответствие ответа обучающегося любым двум из перечисленных показателей (либо двум к одному вопросу, либо по одному к каждому вопросу контрольно-измерительного материала) и правильные ответы на два дополнительных вопроса в пределах программы.	Базовый уровень	Хорошо
Несоответствие ответа обучающегося любым двум из перечисленных показателей и неправильный ответ на дополнительный вопрос в пределах программы.  ИЛИ  Несоответствие ответа обучающегося любым трем из перечисленных показателей (в различных комбинациях по отношению к вопросам контрольно-измерительного материала).	Пороговый уровень	Удовлетворительно
Несоответствие ответа обучающегося любым из перечисленных показателей (в различных комбинациях по отношению к вопросам контрольно-измерительного материала).	–	Неудовлетворительно

## **20.3 Фонд оценочных средств сформированности компетенций студентов, рекомендуемый для проведения диагностических работ**

№1. Пусть  $x_1, \dots, x_n$  – векторы линейного пространства  $R$  над полем  $F$ . Выражение вида  $\alpha_1x_1 + \dots + \alpha_nx_n$ ,  $\alpha_1, \dots, \alpha_n \in F$  называется

- а) линейной комбинацией;
- б) аксиомой коммутативности;
- в) нелинейной комбинацией.

№2 Если среди коэффициентов линейной комбинации есть ненулевые, то такую линейную комбинацию называют

- а) нетривиальной;
- б) тривиальной.

№3 Если среди коэффициентов линейной комбинации нет ненулевых коэффициентов, то такую линейную комбинацию называют

- а) тривиальной;
- б) нетривиальной.

№4 Линейный оператор  $A : R \rightarrow R$  называется обратимым, если существует линейный оператор  $B : R \rightarrow R$  такой, что...

- а)  $AB = BA = I$ ;
- б)  $AB = BA = A$ .

№5 Базис  $e_1, \dots, e_n$  евклидова или унитарного пространства называется ортогональным при  $i, j = 1, \dots, n, i \neq j$ , если

- а)  $(e_i, e_j) = 0$ ;
- б)  $(e_i, e_j) \neq 0$ .

№6 Является ли арифметическое пространство  $\mathbb{R}^n$ , т.е. множество упорядоченных наборов  $n$  вещественных чисел с операциями сложения и умножения на вещественные числа линейным пространством?

да.

№7 Посчитайте определитель диагональной матрицы

$$A = \begin{pmatrix} 6 & 0 & 0 \\ 0 & 3 & 0 \\ 0 & 0 & 5 \end{pmatrix}$$

90

№8 Ранг матрицы  $A$  равен

$$A = \begin{pmatrix} 6 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 3 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 5 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

3

№9 Даны два вектора  $\bar{k} = (-2, 4), \bar{m} = (1, -2)$ . Является ли данная система векторов линейно независимой?

да

№10 Образуют ли базис следующие вектора:  $\bar{k} = (3, 7), \bar{m} = (-6, 14)$

да

---

### **Критерии и шкалы оценивания заданий ФОС:**

#### 1) Задания закрытого типа (выбор одного варианта ответа, верно/неверно):

- 1 балл – указан верный ответ;
- 0 баллов – указан неверный ответ.

#### 2) Задания открытого типа (короткий текст):

- 2 балла – указан верный ответ;

- 0 баллов – указан неверный ответ.

3) Задания открытого типа (число):

- 2 балла – указан верный ответ;
- 0 баллов – указан неверный ответ.

**Задания раздела 20.3 рекомендуются к использованию при проведении диагностических работ с целью оценки остаточных результатов освоения данной дисциплины (знаний, умений, навыков).**

Программа рекомендована НМС математического факультета протокол № 0500-03 от 28.03.2024 г.